

# Задания для итоговой аттестационной работы по математике

для учащихся 10 классов

## Аннотация

Данная работа предлагается для итогового контроля знаний учащихся по математике и включает в себя разделы алгебры и геометрии. Работа рассчитана на 2 часа. Уровень сложности – профильный.

За каждое правильно выполненное задание части 1 дается 1 балл. Задания 13, 14 и оцениваются в 2 балла, задание 15 – в 3 балла, задания 16 и 17 – в 4 балла.

Максимально возможное количество набранных баллов – 27 баллов.

Предлагаемые оценки:

«3» - 5 – 8 баллов; «4» - 9-15 баллов; «5» - 16 – 27 баллов

Ключ к проверке:

### Вариант 1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
77,5	13	3	0,8836	4	3,5	-9	3	81	5000	10	4
<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>							
а) $2\pi n$ ; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ б) $-2\pi$ ; $-\frac{4\pi}{3}$	36	$[0; \log_5 2)[\log_5(8/3); 1)$	120	$(1/3; 2/3)\{-1/24; 0\}$							

### Вариант 2

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
105	12	12	0,027	-	174	6	5	9	1,25	3	16
<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>							
а) $\pi n$ ; $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$ б) $-2\pi$ ; $-\frac{11\pi}{6}$ ; $-\frac{7\pi}{6}$	$\arctg 2/3$	$(-\infty; \log_7 4)(1; \log_7 9]$	$7$ млн руб	$11; 2+\sqrt{193}$							

### Вариант 3

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
36	2000	5	0,35	8,75	198	4	5	25	6050	10	9
<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>							
а) $\pi n$ ; $-\frac{\pi}{4} + \pi k$ б) $-2\pi$ ; $-\frac{5\pi}{4}$ ; $-\pi$	$2\sqrt{330}$	$[0; 1)[2; 3)$	120	$-2/\sqrt{21}; [0; 2/5)$							

### Вариант 4

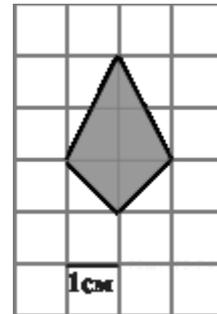
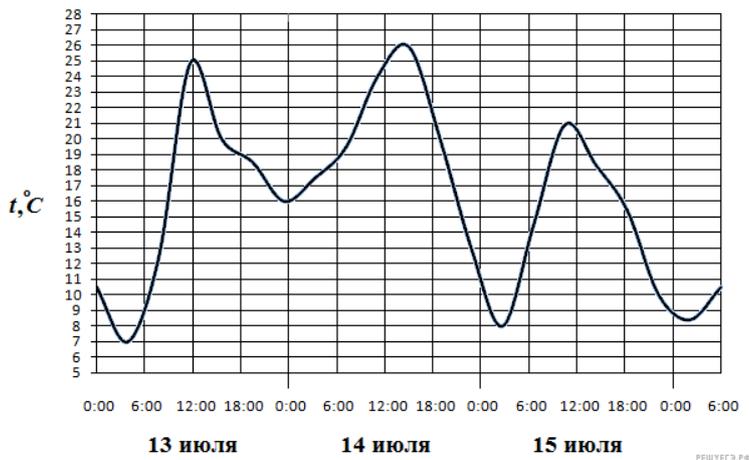
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
12	11	2.25	0,35	21	26	5	2	8	20	1	49
<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>							
а) $\pi n$ ; $\frac{\pi}{3} + \pi k$ б) $2\pi$ ; $\frac{7\pi}{3}$ ; $3\pi$	$\arctg \frac{5\sqrt{6}}{24}$	$0; (1; 2)$	$7$ млн рублей	$3; \sqrt{65}+2$							

## Вариант 1

### Часть 1.

1. Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 124 км в час? Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

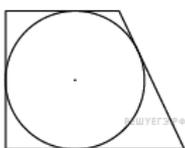


3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

4. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

5. Найдите корень уравнения  $5^{x-7} = \frac{1}{125}$ .

6. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 32, ее большая боковая сторона равна 9. Найдите радиус окружности.



7. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{-72 - 17x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

8. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BD_1 = 5$ ,  $CC_1 = 3$ ,  $B_1 C_1 = \sqrt{7}$ . Найдите длину ребра  $AB$ .

9. Найдите значение выражения  $\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$ .

10. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  км с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>, вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ . Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

11. Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт  $B$  на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наибольшее значение функции  $y = \log_5(4 - 2x - x^2) + 3$ .

Часть 2.

13. а) Решите уравнение  $\cos 2x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ ;

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащего промежутку  $[-2\pi; -\pi]$

14. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144. Найдите площадь сечения, проходящего через вершину  $S$  этой пирамиды и через диагональ её основания.

15. Решите неравенство  $\frac{11 - 5^{x+1}}{25^x - 5(35 \cdot 5^{x-2} - 2)} \geq 1,5$

16. Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк  $\frac{3}{4}$  от всей суммы, которую он должен банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму, на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система имеет ровно одно решение.

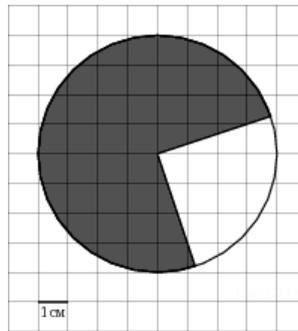
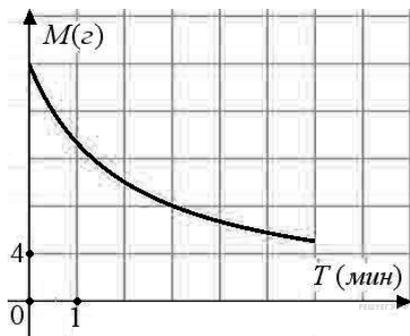
$$\begin{cases} y^2 + xy - 7x - 14y + 49 = 0, \\ y = ax^2 + 1, \\ x \geq 3 \end{cases} .$$

## Вариант 2

### Часть 1.

1. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

2. В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое еще не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат – масса оставшегося реагента, который еще не вступил в реакцию (в граммах). Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за три минуты?

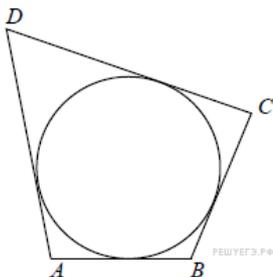


3. Найдите (в  $\text{см}^2$ ) площадь  $S$  закрашенной фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .

4. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

5. Найдите корень уравнения  $\log_2(4 - x) = 7$ .

6. В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 41, CD = 46$ . Найдите периметр четырёхугольника  $ABCD$ .



7. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{6 + 5x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

8. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

9. Найдите значение выражения  $8^{2\log_8 3}$ .

10. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R=6400$  км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 4 километров? Ответ выразите в метрах.

11. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = 2^{x^2+2x+5}$ .

Часть 2.

13. а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ ;

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащего промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

14. Высота  $SO$  правильной треугольной пирамиды  $SABC$  составляет  $\frac{4}{5}$  от высоты  $SM$  боковой грани  $SAB$ . Найдите угол между плоскостью основания пирамиды и её боковым ребром.

15. Решите неравенство  $\frac{2}{7^x-7} \geq \frac{5}{7^x-4}$

16. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 2 млн. рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 15 млн рублей.

17. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система имеет единственное решение

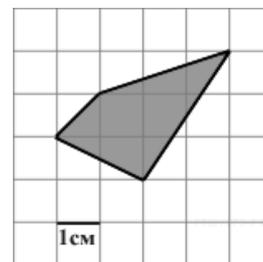
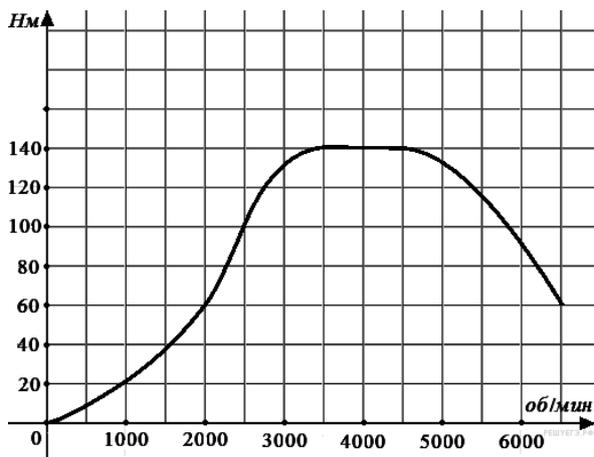
$$\begin{cases} (|x| - 6)^2 + (y - 12)^2 = 4, \\ (x + 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}.$$

## Вариант 3

### Часть 1.

1. Бегун пробежал 50 м за 5 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

2. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в  $\text{Н} \cdot \text{м}$ . Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее  $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

4. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросы, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

5. Найдите корень уравнения  $16^{x-9} = \frac{1}{2}$ .

6. В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 22, CD = 77$ . Найдите периметр четырёхугольника  $ABCD$ .

7. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{12 + x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

8. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BD_1 = 6, CC_1 = 2, AD = \sqrt{7}$ . Найдите длину ребра  $D_1 C_1$ .

9. Найдите значение выражения  $\frac{5^{\log_2 8}}{5^{\log_2 2}}$ .

10. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  км с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>, вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ . Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 110 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

11. Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт  $B$  на 4 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наибольшее значение функции  $y = \log_8(4 - 4x - x^2) + 8$ .

## Часть 2.

13. а) Решите уравнение  $\sin 2x + 2\sin^2 x = 0$ ;

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащего промежутку  $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$

14. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 104, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 120. Найдите площадь сечения, проходящего через вершину  $S$  этой пирамиды и через диагональ её основания.

15. Решите неравенство  $\frac{2^x}{4^x - 2(12 \cdot 2^{x-2} - 4)} \geq \frac{1}{3}$

16. Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк  $\frac{3}{4}$  от всей суммы, которую он должен банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму, на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система имеет ровно одно решение

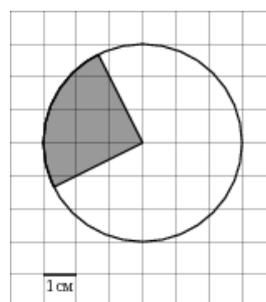
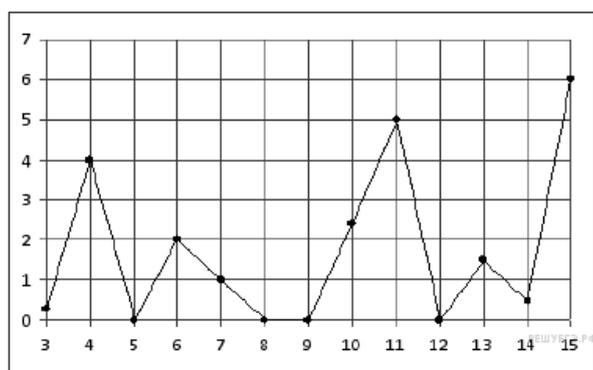
$$\begin{cases} \frac{x^2 + y^2 + 8x - 6y + 21}{\sqrt{y - x - 5}} = 0 \\ y = a(x - 1) + 3 \end{cases}.$$

## Вариант 4

### Часть 1.

1. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 10 человек следует взять  $\frac{1}{10}$  фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 3 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 5 миллиметров осадков.



3. Найдите (в  $\text{см}^2$ ) площадь  $S$  закрашенной фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .

4. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос на тему «Внешние углы», равна 0,1. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

5. Найдите корень уравнения  $\log_5(4 + x) = 2$ .

6. Площадь ромба равна 52. Одна из его диагоналей равна 4. Найдите другую диагональ.

7. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{15 + 2x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

8. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 52. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

9. Найдите значение выражения  $7^{3\log_7 2}$ .

10. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R=6400$  км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 16 километров? Ответ выразите в метрах.

11. Моторная лодка прошла против течения реки 195 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 14 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = 7^{x^2+2x+3}$ .

Часть 2.

13. а) Решите уравнение  $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$ ;

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащего промежутку  $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$

14. Высота  $SO$  правильной треугольной пирамиды  $SABC$  составляет  $\frac{5}{7}$  от высоты  $SM$  боковой грани  $SAB$ . Найдите угол между плоскостью основания пирамиды и её боковым ребром.

15. Решите неравенство  $\frac{13-5\cdot 3^x}{9^x-12\cdot 3^x+27} \geq 0,5$

16. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 2 млн. рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 15 млн рублей.

17. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система имеет единственное решение

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4, \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}.$$